



## Propagation de fissures tridimensionnelles dans des matériaux inélastiques avec XFEM dans Cast3m

Benoit Prabel, Tamara Yuritzinn, Thierry Charras, Anita Simatos

### ► To cite this version:

Benoit Prabel, Tamara Yuritzinn, Thierry Charras, Anita Simatos. Propagation de fissures tridimensionnelles dans des matériaux inélastiques avec XFEM dans Cast3m. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592709

**HAL Id: hal-00592709**

**<https://hal.science/hal-00592709>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Propagation de fissures tridimensionnelles dans des matériaux inélastiques avec X-FEM dans Cast3m

B. Prabel<sup>1</sup>, A. Simatos<sup>1,2</sup>, T. Yuritzinn<sup>1</sup>, T. Charras<sup>1</sup>

<sup>1</sup> CEA, DEN, DM2S, SEMT, F-91191 Gif-sur-Yvette, France. {benoit.prabel,tamarra.yuritzinn,thierry.charras}@cea.fr

<sup>2</sup> LaMCoS, INSA-Lyon, CNRS UMR5259, F69621, France. {anita.simatos}@insa-lyon.fr

**Résumé** — La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) semble être une voie prometteuse pour la modélisation de propagation de fissure. Cependant, les applications des articles publiées sur le sujet restent très souvent confinées aux cas linéaires et bidimensionnels. L'objet de cette communication est de présenter les méthodes numériques développées dans le code éléments finis Cast3m [1] pour la modélisation de propagation de fissure tridimensionnelle dans des matériaux inélastiques en statique et dynamique via la méthode des éléments finis étendus (X-FEM). En particulier la stratégie de représentation de la fissure et la bonne prédiction de sa propagation en fonction du critère utilisé seront mis en avant et illustrées par des exemples variés.

**Mots clés** — X-FEM, propagation de fissure 3D, mécanique de la rupture non linéaire.

### 1 Méthodes numériques

Les méthodes basées sur la partition de l'unité ont connues un réel essor ces dernières années. En particulier, la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) semble être une voie prometteuse pour la modélisation de propagation de fissure, car elle ne suppose pas le trajet de fissure à priori, elle introduit la discontinuité de manière maîtrisée, et elle ne nécessite pas de remaillage.

Ces avantages sur les méthodes concurrentes (méthodes d'élimination d'éléments, de relâchement de noeud, de remaillage, ...) sont pourtant nuancés par quelques difficultés que la communauté scientifique lève progressivement. On peut *notamment* citer :

- l'intégration élémentaire complexe due à la présence de fonctions non-polynomiales (discontinue ou singulières),
- la présence d'une zone de transition qui limite le taux de convergence en maillage,
- la mise à jour de la géométrie de la fissure parfois difficile lorsque les changements topologiques sont brusques,
- l'adaptation des critères de rupture (intégrale de contour, critères locaux ou modèles d'endommagement) à ces nouvelles capacités de modélisation.

S'il existe des méthodes numériques (basées sur des transformations comme la transformation de Duffy généralisée de Mousavi et Sukumar [2]) permettant de résoudre de la première difficulté sus-citée, celles-ci ne sont pas adaptées au cas non-linéaire matériau, puisque la position des points d'intégration change au cours du temps. Pour éviter des projections de champ dans des zones justement à fort gradient, le choix a été fait d'utiliser une répartition dense et prédéfinie de points de Gauss dans les éléments susceptibles d'être enrichis [3]. Un compromis entre les deux méthodes devrait être possible dans un futur proche, mais ce n'est pas l'objet de cette communication.

La seconde difficulté, secondaire d'un point de vue pratique, n'est pas discutée ici.

Après avoir introduit les notations utilisées et posé le problème dans un premier paragraphe, un éclairage est donnée sur la manière dont les deux dernières difficultés sus-citées sont résolues dans Cast3m et des recherches réalisées au cea.

#### 1.1 Position du problème

On considère un solide  $\Omega$  présentant une fissure  $\Gamma_+ \cup \Gamma_-$  comme indiqué Fig. 1.

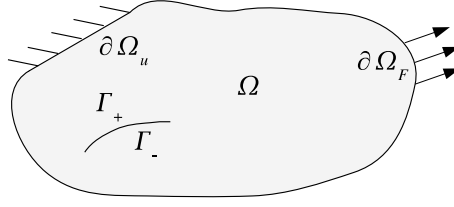


FIGURE 1 – Notation for the mechanical model.

On cherche vérifier à chaque instant  $t$  le principe des puissances virtuelles (1), l'équation de compatibilité et de comportement.

$$\forall \underline{v} \in V^0, \quad \int_{\Omega} \rho \ddot{\underline{u}} \cdot \underline{v} d\Omega + \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{v}) d\Omega = \int_{\Omega} \underline{f}_d \cdot \underline{v} d\Omega + \int_{\partial\Omega_F} \underline{F}_d \cdot \underline{v} d\Gamma \quad (1)$$

avec  $V^0 = \{v, \quad v = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega_u\}$ . On note qu'à l'instar de ce qui est fait dans Cast3m, les déformations sont fonctions linéaires (ou pas) du déplacement, et que le comportement du matériau considéré ici n'est pas limité par l'utilisation des éléments finis étendus.

La discrétisation spatiale du déplacement  $\underline{u}(x, t)$  ne repose pas uniquement sur les fonctions de forme standards  $N_i(\underline{x})$  qui décrivent la géométrie, mais est enrichie par des fonctions discontinues et singulières via une partition de l'unité locale (2).

$$\underline{u}(\underline{x}) \simeq \sum_{i \in I_0} N_i(\underline{x}) \cdot \underline{u}_i + \sum_{i \in I_1} N_i(\underline{x}) H(\underline{x}) \cdot \underline{a}_i + \sum_{i \in I_2} N_i(\underline{x}) \left( \sum_{k=1, \dots, 4} F_k(\underline{x}) \cdot \underline{b}_{i,k} \right) \quad (2)$$

avec  $F_k(\underline{x}) = \{ \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \}$

Rem : certaines applications ne nécessitent pas l'utilisation de fonctions singulières, et il a été choisi dans Cast3m de laisser la possibilité de n'utiliser que des fonctions discontinues.

## 1.2 Représentation explicite/implicite de fissure

L'introduction d'une fissure qui ne contraint pas le maillage de la structure nécessite un moyen de la représenter. L'utilisation d'une base locale du front de fissure s'est très rapidement imposée via l'utilisation d'un couple de fonctions de niveaux (ou "Level set")  $(\psi, \phi)$  généralement supportée par les fonctions de forme standard :

$$\psi = \sum_i N_i(\underline{x}) \psi_i \quad \phi = \sum_i N_i(\underline{x}) \phi_i \quad (3)$$

Cette représentation implicite d'interface comporte certains avantages, mais son actualisation avec la propagation de la fissure, bien qu'explorée en 3D par Gravouil et al. [4], reste difficile notamment dans le cas de bifurcation brutale du trajet de fissure (comme le montre Duflot [5] ou Prabel [6]). Ceci est dû au fait qu'il est difficile de contraindre ces deux fonctions à être simultanément des distances ( $|\nabla \psi| = |\nabla \phi| = 1$ ) et des fonctions orthogonales ( $\nabla \psi \cdot \nabla \phi = 0$ ) dans tout l'espace. Certains aménagements numériques (utilisation d'une grille auxiliaire [3], raffinement de type multigrille [7]) permettent de minimiser ces difficultés, mais elles subsistent.

C'est pourquoi depuis fin 2007, Cast3m utilise une représentation explicite de la fissure. Celle-ci est maillée de manière indépendante du maillage de la structure avec des éléments segments en 2D et triangle plat en 3D, comme le montre la figure 2.

Cette stratégie a également été employée par Pereira et al.[8]. Des relations géométriques simples permettent de contruire rapidement les valeurs nodales de la base locale  $(\psi, \phi)$ .

Ainsi, l'actualisation de la base locale suite à une propagation de fissure est simple et directe (pas de schéma itératif comme pour les level set). Le nouveau front de fissure peut être déduit du précédent par une simple translation  $\underline{\Delta a}$  résultat direct du critère de propagation. Seules quelques précautions doivent être prises quant à la propagation de la fissure aux bords de la structure (afin qu'une fissure débouchante reste débouchante).

Par ailleurs, le maillage de la fissure constitue ainsi le support d'un modèle local, à une échelle plus fine que celle de la structure, permettant de prendre en compte des phénomènes tels que la déchirure ductile via un modèle cohésif (travaux de Simatos [9]), ou le contact frottant (Pierrès et al. [10]).

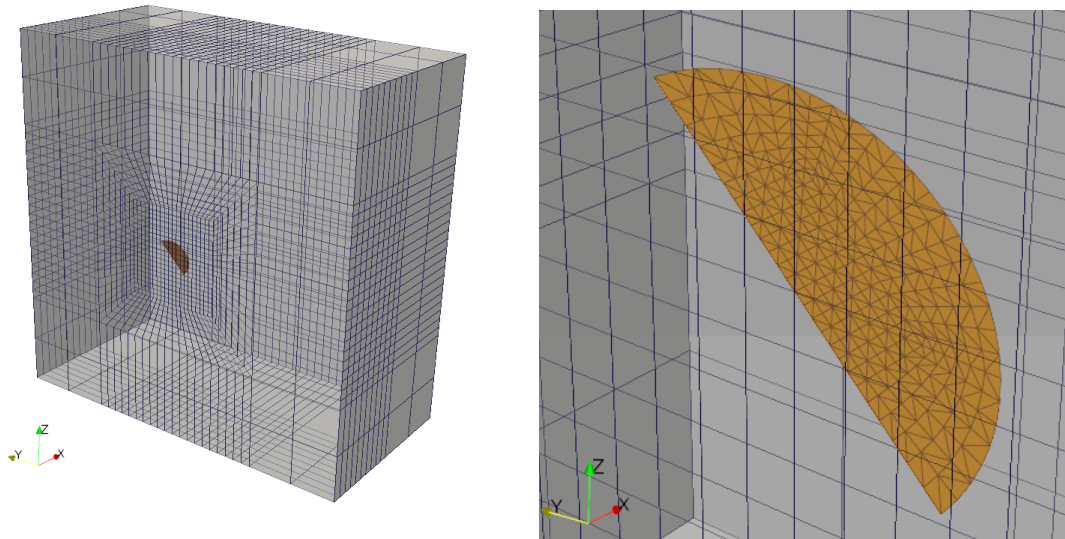


FIGURE 2 – Maillage de la fissure inclus dans celui de la structure.

Néanmoins, on observe d’une part que les levels sets ainsi construites ne respectent pas exactement la condition d’iso-zéro sur le maillage de la fissure qui a permis de les définir, et d’autre part que les éléments de ce maillage ne respectent pas les frontières des éléments de la structure, amenant quelques imprécisions sur l’intégration numérique. Ainsi, une mise en conformité géométrique du maillage de la fissure semble donc être une perspective qui permettrait de coupler plus rigoureusement les deux échelles.

### 1.3 Calcul des critères de rupture

#### 1.3.1 Critères de rupture issus de la mécanique linéaire de la rupture

En mécanique linéaire de la rupture, les grandeurs intégrales permettent de caractériser complètement la solution en voisinage du front de fissure. La méthode  $G - \theta$  implantée dans Cast3m pour le calcul des l’intégrale  $J$  en élasticité et en plasticité et des facteurs d’intensité des contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$ , (et  $K_{III}$  en 3D) a donc été adaptée aux éléments X-FEM. La différence avec les éléments finis standard concerne la définition du champ d’avancé virtuelle  $\theta$ .

La méthode classiquement utilisée dans la littérature (Moes et al., Gravouil et al, Rannou et al. ...) consiste à définir un domaine d’intégration parallélépipédique autour du front de fissure, et à projeter les champs mécaniques sur les points d’intégration. Cette approche a l’inconvénient d’introduire une projection qui ne permet plus de garantir que les champs vérifie les équations d’équilibre de compatibilité et de comportement, car les gradients évoluent rapidement à proximité du front de fissure.

Dans Cast3m, on construit plutôt un champ  $\theta$  supporté par le maillage de la structure et discrétisant au mieux une avancé virtuelle de chaque point du front. Pour cela, on associe un champ  $\theta_j$  d’avancé élémentaire à chaque élément  $EF_j$  contenant un point du front (cf. figure 3). Un nombre de couches (par défaut 2 dans la suite du texte) permet de définir une zone plus ou moins large dans laquelle le champ  $\theta_j$  ne sera pas nul.

Les résultats obtenus ( $J_j$ ) sont ensuite ré-attribués aux noeuds et interpolés sur le front de fissure  $J(s)$ . Cette méthodologie a pour effet de lisser très légèrement les résultats en fonction de l’abscisse du front  $s$ . Cependant ce lissage n’est pas pénalisant et constitue même une étape bien connue et largement pratiquée dans le post-traitement de calcul de propagation de fissure 3D avec les éléments finis standards, mais aussi avec des éléments enrichis.

#### 1.3.2 Critères de rupture locaux

Ce type de critère généralement utilisé pour les matériaux fragiles est également applicable très simplement aux X-FEM. Par exemple, une contrainte moyenne équivalente peut être calculée au voisinage du front de fissure simplement en définissant une fonction de pondération comme réalisée dans [11].

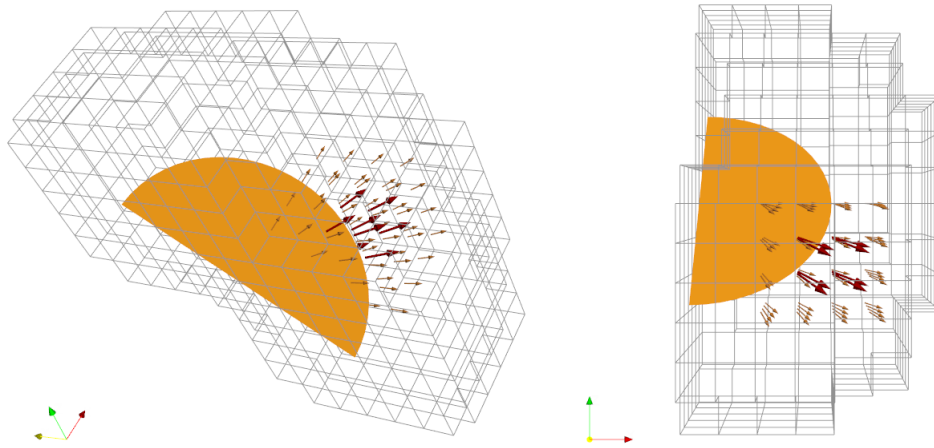


FIGURE 3 – Exemple de champ d'avancé virtuel  $\theta_j$  et éléments environnants.

### 1.3.3 Critères de rupture basé sur un modèle d'endommagement

Les modèles d'endommagement sont souvent bien adaptés aux matériaux ductiles. Cependant des difficultés de convergence sont souvent observés pour de grandes propagation. Durant sa thèse, Simatos [9] a montré qu'il est possible de réaliser la transition d'un modèle d'endommagement vers une macro fissure via l'introduction opportune d'une zone cohésive équivalente thermodynamiquement. Le support géométrique de celle-ci repose naturellement sur le maillage de la fissure, et, reportant les efforts cohésifs dans le principe des puissances virtuels, on parvient à simuler de plus longues déchirures qu'avec les modèles d'endommagement non-couplés.

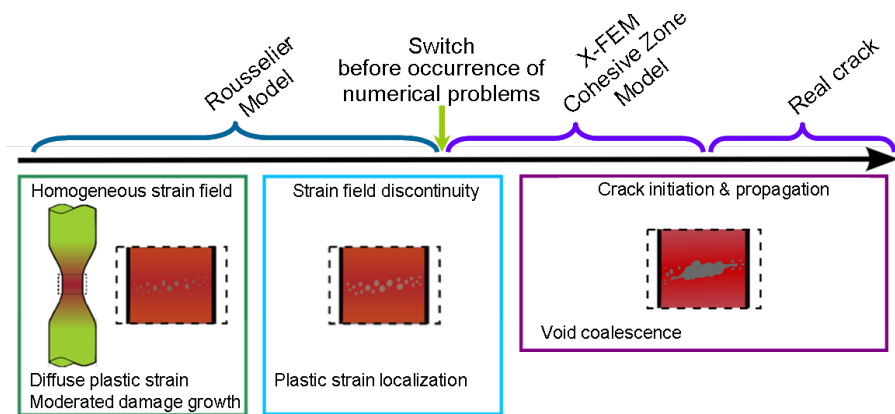


FIGURE 4 – Principe de la transition dommage vers macro-fissure.

## 2 Applications

### 2.1 Propagation 2D en mode mixte par fatigue

Le cas test prédit la propagation par fatigue d'une fissure inclinée de 20 degrés dans une plaque en traction ce qui résulte en un chargement en mode mixte. Le matériau est supposé élastique et les facteurs d'intensité des contraintes sont calculés par le biais d'intégrales d'interaction.

L'avancé de la fissure pour différents instants est donnée figure 5.

### 2.2 Propagation 3D en mode mixte par fatigue

Il s'agit d'une fissure circulaire inclinée de 45 degrés confinée dans un parallélépipède en traction, ce qui résulte en un chargement en modes 1, 2 et 3. Le matériau est supposé élastique et les facteurs d'intensité des contraintes sont calculés par le biais d'intégrales d'interaction. La loi de Paris utilisée met en exergue les éventuelles asymétrie de la solution via l'exposant  $m$ .

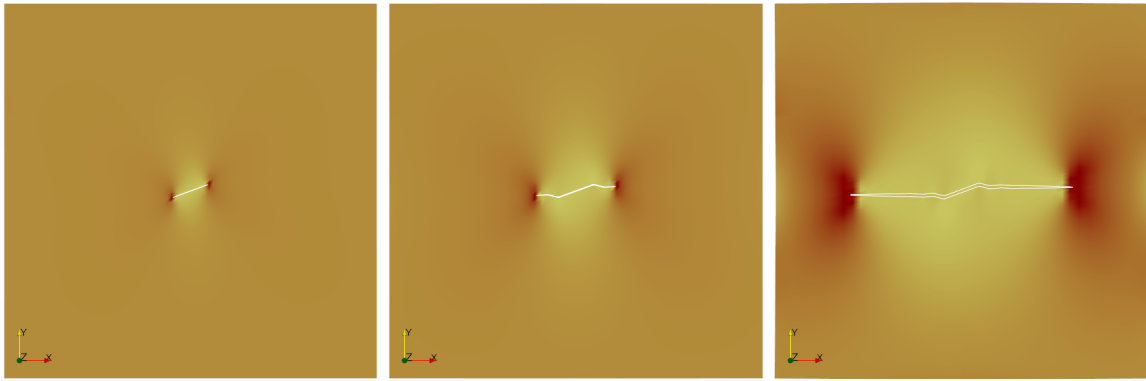


FIGURE 5 – Propagation 2D par fatigue en mode mixte (les isovaleurs correspondent à  $\sigma_{yy}$ ).

Le plan de fissure après quelques propagation élémentaires est donnée figure 6.

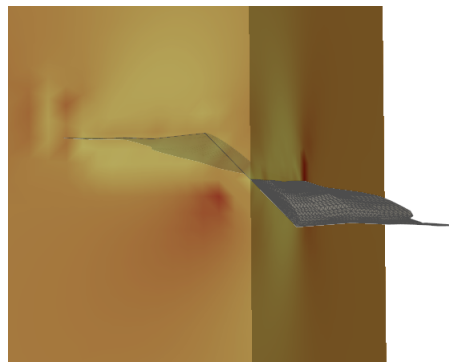


FIGURE 6 – Propagation 3D par fatigue en mode mixte (Vue en coupe ; les isovaleurs correspondent à  $\sigma_{VonMises}$ )).

Le calcul montre que la surface fissurée tend à revenir à l'horizontal (mode d'ouverture dominant). Cependant, la grande sensibilité du critère utilisé (loi puissance de Paris) provoque des fronts chahutés voire instables. Ce phénomène est accentué par le choix d'utiliser des incréments de propagation relativement importants. En effet, afin de préserver un bon conditionnement de la matrice de raideur, on impose au minimum d'avancée du front d'être supérieur à la taille d'un élément :  $\min \Delta a(s) \geq \Delta x$ . Ainsi, les avancées hétérogènes du front conduisent à un choix de "pas de temps" important, et finalement un historique de propagation assez grossier. Une réflexion sur la possibilité d'utiliser des modèles à 2 échelles et/ou utiliser des stratégies d'enrichissement innovantes est en cours afin de remédier à ce problème particulier au 3D.

## 2.3 Déchirure ductile

### 2.3.1 Approche globale

La déchirure ductile se caractérise par la forte plasticité qui accompagne la rupture du matériau. Une première façon de prédire la déchirure ductile consiste à utiliser un critère global basé sur l'intégrale J. L'approche GFR [12] permet de s'affranchir des dissipations plastiques (variables en fonction du problème considéré) pour définir un paramètre de dissipation énergétique lié à la progression de la fissure par déchirure. Le cas d'une CT est représenté figure 7. On montre que le calcul X-FEM n'apporte par de biais aux résultats obtenus, et que ceux-ci restent conformes à ceux qu'on obtient par relâchement de noeuds dans ce cas de propagation rectiligne en mode I. En particulier, pour ce cas test, une projection des champs de contraintes, de déformation plastiques et de variables internes ont été réalisés en anticipation de l'arrivée de la fissure, des éléments standards vers les éléments X-FEM (de 4 vers 64 points de Gauss). Cette anticipation relative (2mm) permet à cette étape de projection d'être neutre dans le calcul.

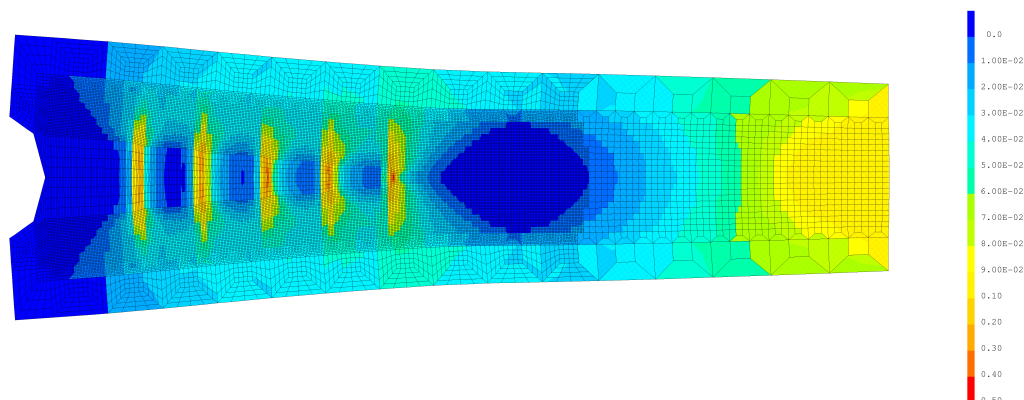


FIGURE 7 – Déformation plastique équivalente après quelques propagations élémentaires dans la région d'intérêt.

### 2.3.2 Approche locale

Une seconde approche pour traiter la déchirure ductile est l'utilisation de modèles locaux d'endommagement comme évoqué au paragraphe 1.3.3. Pour remédier aux problèmes numériques apparaissant pour de grandes propagations, la solution proposée par Simatos [9] [13] et testée dans Cast3m consiste à introduire lors de la localisation du dommage une zone cohésive thermodynamiquement équivalente supportée par une cinématique X-FEM.

La figure 8 montre l'ouverture en fonction de l'avancée de fissure obtenue sur une CT avec le modèle de Rousselier régularisé. La méthode proposée ne limite pas la progression de la fissure contrairement au modèle d'endommagement seul qui "bloque" relativement tôt. On remarque qu'ainsi, les paramètres de ce modèle, identifié sur des petites déchirures, pourraient vraisemblablement être mieux ajustés à l'expérience.

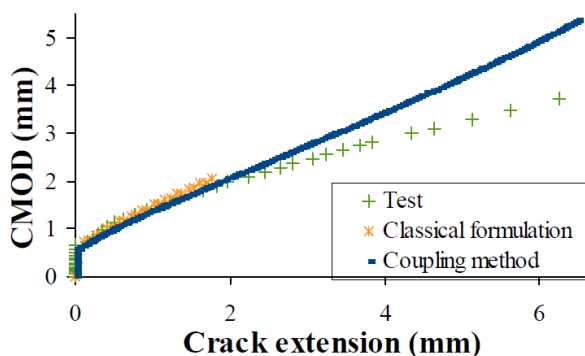


FIGURE 8 – Comparaison avec l'expérience de la méthode "couplée" (endommagement + zone cohésive introduite via X-FEM) et de la méthode "classique" (endommagement seul).

## 3 Conclusions et perspectives

Les différentes applications présentées montrent l'intérêt et les limites de la méthode X-FEM telle qu'elle est implémentée dans Cast3m à ce jour.

En particulier, la prise en compte des non-linéarités comportement est transparente pour l'utilisateur, ainsi que le calcul des grandeurs caractéristiques de mécanique de la rupture. Ces deux points sont essentiels pour pouvoir traiter la variété des situations auxquelles les ingénieurs et chercheurs utilisant

Cast3m sont confrontés.

En perspective, la gestion de la propagation peut être améliorée dans le cas tridimensionnel. En effet, il reste assez difficile de traiter le cas d'un front de fissure dont les différents points ont des vitesses de propagation différentes, puisque dans la structure du code, on impose que la plus petite avancée élémentaire du front soit supérieur à un élément. Sur des maillages grossiers, peu de pas de propagation sont ainsi possible. De futurs travaux devrait permettre de lever cet handicap.

## Références

- [1] *Cast3m*. Finite element code developed by the CEA, (French atomic energy commission) <<http://www-cast3m.cea.fr>>, 2011.
- [2] SE. Mousavi, N. Sukumar. *Generalized Gaussian quadrature rules for discontinuities and crack singularities in the extended finite element method*, CMAME, 2010.
- [3] B. Prabel, A. Combescure, A. Gravouil, S. Marie. *Level set X-FEM non-matching meshes : application to dynamic crack propagation in elastic-plastic media*, IJNME, vol.69, 1553-1569, 2007.
- [4] A. Gravouil, N. Moës, T. Belytschko. *Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets Part II : Level set update*, IJNME, vol.53, 2569-2586, 2002.
- [5] M. Duflot. *A study of the representation of cracks with level sets*, IJNME, vol. 70, 1261-1302, 2007.
- [6] B. Prabel. *Modélisation avec la méthode X-FEM de la propagation dynamique et de l'arrêt de fissure de clivage dans un acier de cuve REP*, INSA-Lyon, PhD thesis, 2007.
- [7] J. Rannou, A. Gravouil, MC. Baietto-Dubourg. *Une méthode multi-grilles localisée X-FEM dédiée à la propagation tridimensionnelle de fissures de fatigue*, IJNME vol. 77, 581–600, 2009.
- [8] JP. Pereira, CA. Duarte, X. Jiao. *Three-dimensional crack growth with hp-generalized finite element and face offsetting methods*, Computational Mechanics, vol.46, 431-453, 2010.
- [9] A. Simatos, S. Marie, A. Combescure, F. Cazes. *Modelling ductile tearing from diffuse plasticity to crack propagation*, Pressure Vessels and Piping conference, Bellevue 2010.
- [10] E. Pierrès, MC. Baietto-Dubourg, A. Gravouil. *Fissuration 3D X-FEM avec contact interfacial : stratégie à deux échelles structure/interface*, Colloque national en calcul des structures, Giens 2009.
- [11] B. Prabel, S. Marie, A. Combescure. *Using the X-FEM method to model the dynamic propagation and arrest of cleavage cracks in ferritic steel*, Engineering Fracture Mechanics, vol. 75,2984-3009, 2008
- [12] S.Marie, B.Prabel, M.Nedelec. *Modelling the tearing crack growth in a ductile ferritic steel using X-FEM elements*, Pressure Vessels and Piping conference, Baltimore 2011.
- [13] A. Simatos, F. Cazes, S. Marie, A. Combescure, B. Prabel. *Modelling ductile tearing from continuously strained state to crack propagation*, European conference on Computational mechanics, Paris 2010.